
OPTIMIZACIÓN DE LA ZONIFICACIÓN Y EL RUTEO DE CAMIONES EN LA RECOLECCIÓN DE RESIDUOS DE UN MUNICIPIO DEL GRAN BUENOS AIRES

FEDERICO BERTERO *
MANUELA CERDEIRO †
GUILLERMO A. DURÁN ‡ §
NAZARENO A. FAILLACE ‡

Resumen

Este artículo presenta el uso de técnicas matemáticas y computacionales para la optimización del sistema de recolección de residuos urbanos de Berazategui, un municipio argentino del Gran Buenos Aires. Debido a que la organización manual no lograba cumplir con las expectativas de los vecinos y de los trabajadores, el objetivo no sólo es mejorar la eficiencia sino también lograr una distribución equitativa de trabajo entre recolectores y entre los conductores de los camiones. Debido a las características particulares del sistema de recolección de Berazategui y al tamaño del problema, el mismo fue particionado en 3 etapas. En la primera, una heurística construye zonas de recolección estructuralmente simples y balanceadas con respecto al número de cuadras que incluyen. En la segunda etapa, para cada una de las zonas generadas en la etapa inicial se diseñan rutas de longitud mínima para los camiones recolectores mediante un modelo de programación lineal entera mixta. La etapa final consistió en la asignación de camiones a las zonas de recolección generadas de modo de tener una asignación equilibrada con respecto a la duración de las jornadas laborales. Dado que son varios los factores que influyen en el tiempo de recolección, se optó por resolver este problema con un esquema de optimización biobjetivo, utilizando un modelo de

*Findo, Argentina.

†Departamento de Computación, FCEyN-UBA, Argentina.

‡Instituto de Cálculo FCEyN-UBA y CONICET, Argentina.

§Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, Chile.

programación lineal entera junto a un algoritmo iterativo. Los desarrollos aquí presentados fueron implementados por las autoridades de Berazategui a partir de 2020. En comparación con la organización manual que se encontraba en vigencia, las soluciones obtenidas con las herramientas desarrolladas logran una distribución de trabajo más de 70 % más equitativa y permiten ahorrarle a la municipalidad aproximadamente USD 34000 anuales en combustible.

Palabras Clave: Gestión de residuos sólidos urbanos, Diseño de rutas, Optimización, Programación lineal entera mixta.

1. Introducción

La gestión de residuos sólidos urbanos (RSU) se considera un desafío para las ciudades contemporáneas debido al rápido crecimiento en la cantidad de residuos, los altos costos de recolección de los mismos y las capacidades limitadas de tratamiento. De las actividades asociadas a los RSU, las de recolección y transporte representan el mayor porcentaje del costo total, por lo que mejoras en estos aspectos tienen como consecuencia inmediata un importante ahorro para los municipios [29].

La municipalidad de Berazategui está ubicada en la zona sur del Gran Buenos Aires, a 26 kilómetros de la ciudad de Buenos Aires, la capital del país. Tiene una superficie de 217km^2 con una población estimada al 2020 de 365.000 habitantes. A lo largo del tiempo, cada vez que la Municipalidad adquiría nuevos camiones, las zonas y las asignaciones de chóferes y recolectores eran modificadas a mano. Esto repercutía en una distribución muy desigual del trabajo y en el aumento de reclamos por parte de los vecinos insatisfechos con el servicio. Por otro lado, las rutas de los camiones no estaban preestablecidas, por lo que podría existir un margen de mejora en cuanto a la longitud de su recorrido diario y, en consecuencia, una reducción en el gasto de combustible y mantenimiento. Debido a la ineficiencia que ocasionaba la organización manual del procedimiento, las autoridades de la Municipalidad nos convocaron para mejorar el servicio de recolección de residuos. Específicamente, requerían el rediseño de la zonificación del municipio y la traza de rutas eficientes para los vehículos, procurando equidad de distribución de trabajo entre recolectores y entre choferes.

Por lo tanto, el objetivo de este artículo es el desarrollo e implementación de heurísticas y algoritmos basados en programación lineal entera para la mejora de la recolección y transporte de RSU de Berazategui. Se busca que las herramientas desarrolladas no sólo brinden soluciones de buena calidad

sino que también sean eficientes en cuanto a tiempo de ejecución, para poder ser fácilmente reutilizadas cuando la Municipalidad adquiera nuevos vehículos. Dada la complejidad asociada a los problemas donde se busca abordar la construcción de zonas de recolección, el diseño de rutas y la asignación de camiones a zonas [22] [28], no es posible obtener una solución óptima que los englobe en simultáneo. En nuestro caso, decidimos trabajar sobre cada uno de manera individual, buscando obtener la mejor solución que cumpliera con las restricciones propias del problema asociado y lo planteado por el ente del municipio encargado de realizar las tareas asociadas a la recolección de RSU.

Para diseñar las zonas de recolección implementamos una heurística que las construye iterativamente y luego intenta mejorar la forma de su frontera para que sean más sencillas de recordar para los choferes. Una vez definida la zonificación, se buscan rutas eficientes mediante un modelo de programación lineal entera mixta. Finalmente, teniendo en cuenta los resultados de las dos etapas anteriores, implementamos el Método de la Restricción Épsilon para lograr una repartición equilibrada de trabajo entre los choferes.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. La siguiente sección consiste de una revisión de otros trabajos de optimización de gestión de RSU. En la tercera sección se brinda una descripción del problema, detallando cómo se realiza la recolección actualmente y de los requisitos planteados por el municipio de Berazategui. En la cuarta sección se describe cómo se recopilaron y procesaron los datos, y se presentan las técnicas matemáticas y computacionales desarrolladas para resolver cada uno de los tres problemas abordados. En la quinta sección se muestran los resultados numéricos que surgen de la implementación de cada uno de los esquemas de resolución. Finalmente, en la última sección se comentan las conclusiones y sugerencias para trabajo a futuro.

2. Revisión de la bibliografía

Uno de los primeros reportes bibliográficos sobre recolección residuos donde se exploran diferentes técnicas matemáticas para resolver esta clase de problemas fue realizada en 1974 por Beltrami y Bodin [3]. Desde entonces, dada la gran cantidad de potenciales aplicaciones y la versatilidad de éstas, numerosas investigaciones fueron realizadas y publicadas. En [18] los autores definen uno de los primeros algoritmos diseñados para generar simultáneamente la zonificación y el ruteo de vehículos para un sistema de recolección de residuos. Diversas aplicaciones de técnicas de optimización matemática sobre problemas similares de diversas ciudades del mundo aparecen en la literatura.

En [26] los autores llevan a cabo la optimización de rutas de recolección para una empresa estadounidense, que se traducen en importantes ahorros de logística. En [7] se aplican heurísticas de búsqueda local para definir los sectores de recolección y rutas eficientes para minimizar el tiempo de viaje de los vehículos y balancear la carga de trabajo. Por otro lado, en [20] se desarrolla un modelo de optimización multiobjetivo para determinar la ubicación de centros de recolección y la zonificación de áreas urbanas, y se aplican a dos casos de estudio en Irán. Otros ejemplos de aplicaciones incluyen a las ciudades de Chicago [12], Kaohsiung [6], Lisboa [21], Santiago de Chile [2], Turin [13], Ibarra [15], Karbala [27] y diferentes localidades argentinas [4], [5], [8] (en este último caso tratándose de un problema un poco diferente, dado que trata de la recolección de hojas en la ciudad estudiada). Finalmente, un importante estudio sobre problemas de ruteo de vehículos aplicados en la recolección de residuos se puede encontrar en [17].

Como se detalla en la siguiente sección, las características particulares de la recolección de Berazategui requieren la aplicación y el desarrollo de nuevas herramientas. Según lo revisado en la literatura, las tres etapas de nuestro enfoque de solución son contribuciones que pueden ser adaptadas a sistemas de recolección con procedimientos y disponibilidad de datos similares al caso de estudio.

3. Descripción del problema

En el municipio de Berazategui, los residuos domiciliarios se depositan en cestos particulares en la vereda y son recolectados por camiones que recorren un total de aproximadamente 15000 cuadras diarias, segmentadas en 42 zonas. El equipo de cada camión está formado por un chófer y 2 ó 3 recolectores de bolsas que las recogen y suben al camión. La jornada laboral está dividida en dos turnos. Los recolectores recorren una zona durante su jornada laboral mientras que, en general, cada chófer recorre dos zonas, una por la mañana y otra por la tarde, en el mismo camión. La carga de cada camión debe llevarse hacia la planta de tratamiento de residuos dependiente del organismo estatal denominado CEAMSE, ubicada a 23 km de distancia del Municipio. El traslado de la carga se realiza al finalizar la recolección, o al alcanzarse la capacidad máxima de carga del camión. Si la capacidad es alcanzada antes de finalizar la recolección, se deben hacer dos descargas en la planta del CEAMSE en una misma jornada, aumentando significativamente el horario laboral, el combustible requerido y el desgaste del vehículo.

Los objetivos planteados por la Dirección de Higiene Urbana (DHU) -el

ente del municipio encargado de realizar las tareas asociadas a la recolección de RSU- para la construcción de zonas de recolección fueron que las mismas sean uniformes respecto al metraje de recolección para que la carga laboral entre recolectores sea equitativa; que se respete la modalidad de dos zonas diarias para cada camión; que se evite en lo posible que un camión alcance la capacidad de carga antes de finalizar el recorrido; y, finalmente, conseguir una adjudicación pareja de pares de zonas entre los camiones para distribuir de manera justa el trabajo entre chóferes.

Por otro lado, para el diseño de rutas, la DHU solicitó que la ruta dentro de cada zona minimice el tiempo de recorrido y contemple la estrategia de *achique*, en la que el camión recorre una calle y los recolectores recorren las calles transversales juntando los residuos y acercándolos a la esquina por donde pasa el camión, donde otro recolector los toma y los sube al vehículo. Esta estrategia evita que el camión deba pasar por todas las cuadras, implicando una disminución del tiempo de recolección.

Las características especiales del problema a resolver hacen necesario el diseño de metodologías ad-hoc, diferentes a lo conocido en la literatura para problemas de recolección tal cual fue detallado en la sección anterior.

En primer lugar, el objetivo del trabajo no sólo se trata de encontrar una zonificación y diseñar rutas eficientes sino que también la municipalidad hizo especial hincapié en balancear la carga laboral entre los recolectores y entre los chóferes. En ambos casos fue necesario tener en cuenta los factores que influían en la duración de la jornada laboral de cada grupo. En el primero, el metraje de la zona asignada y, en el segundo, el peso total de residuos recolectados y el kilometraje de recorrido diarios. En el último caso, deben tenerse en cuenta dos objetivos independientes al momento de llevar a cabo la asignación de chóferes a zonas para garantizar una distribución equitativa de trabajo: minimizar la máxima disparidad entre la cantidad de residuos recolectados y minimizar la máxima diferencia entre longitud del recorrido. Esto implica un problema de optimización multiobjetivo.

En segundo lugar, el *achique* es la principal particularidad del sistema de recolección de Berazategui y es la razón por la cual el problema del diseño de rutas sea distinto a los encontrados en la literatura mencionada en la sección anterior. En este caso, no es necesario que el camión recorra todas cuadras de la zona, sino que debe garantizarse que visite al menos una vez todas las esquinas y que recorra las cuadras con una longitud mayor a 130 mts., las cuales resultan demasiado extensas para practicar el *achique*.

Al momento de iniciar este estudio, el Municipio tenía una zonificación, un ruteo de los camiones y una asignación de camiones a zonas realizada de manera manual, que a todas luces resultaba ineficiente, generando reclamos

de los vecinos por el mal servicio y protestas de los trabajadores del sector por el trabajo desigual asignado a cada uno de ellos.

4. Enfoque de solución

Para llevar adelante el proyecto fue necesario primero recopilar y procesar todos los datos vinculados con la recolección de residuos del municipio. La información reunida la siguiente:

- Un mapa del municipio indicando sentidos de calles, ubicación de semáforos, vías de tren y sus cruces, arroyos, obstáculos o problemas de tránsito.
- Datos de las zonas y rutas de recolección utilizadas hasta el momento.
- Las cantidades (en kilaje) de los residuos recolectados diariamente por cada camión recolector, obtenidas a través de los registros de las descargas hechas en la planta del CEAMSE.
- Datos demográficos geolocalizados.
- Datos de GPS de los recorridos diarios de los camiones.

Se implementó una rutina que examina la ruta de cada camión obtenida a partir del GPS y reconoce, día por día, qué zonas recolectó y cuánta distancia recorrió. Esta información luego fue procesada junto con la cantidad de residuos descargados y con los datos demográficos para lograr una aproximación de la cantidad de residuos diarios que genera cada manzana del municipio, lo cual fue utilizado como dato en la resolución del problema. En otras, para procurar que el trabajo de los chóferes sea lo más equitativo posible y evitar que deban descargar en la planta del CEAMSE más de una vez por día.

También se mantuvieron entrevistas con chóferes y supervisores para adquirir un panorama más general del problema y entender qué factores influían en la longitud de sus jornadas laborales.

Una vez realizada la recopilación y el procesamiento de todos los datos necesarios, el problema a resolver fue particionado en tres etapas debido a su tamaño y complejidad computacional: diseño de zonas de recolección, traza de rutas eficientes y asignación de camiones a zonas.

4.1. Diseño de zonas

Tanto en el diseño de zonas como en la elaboración de rutas de los camiones recolectores, se utilizó el plano de la Municipalidad de Berazategui alojado en

la base de datos de OpenStreetMap (OSM) [23]. El plano es esencialmente un archivo en formato `xml` que consta, entre otros, de dos tipos de objetos: *nodo* (o *node*) que representa un punto con coordenadas de latitud y longitud y *camino* (o *way*) que es una línea que conecta nodos. Para este trabajo, se empleó la herramienta `osmfilter`¹, para filtrar en el plano todos aquellos caminos en los que no pudiera acceder el camión recolector y aquellos que se encontraran fuera de los límites de la Municipalidad. Para visualizar el plano se utilizó Java OpenStreetMap Editor² (JOSM). En lo que resta de este análisis, denominaremos esquina a cada nodo del plano y calle a la línea que conecta dos esquinas.

Nuestro modelo de zonificación utiliza las manzanas como unidades elementales a partir de las cuales se construyen las zonas de recolección. Es decir, cada zona de recolección es un conjunto de manzanas. Consideramos como *manzanas* a los espacios del plano delimitados por calles. Además, requerimos que cumpla las siguientes características. En primer lugar, una manzana no puede contener a otras manzanas. Por otro lado, una manzana no debe ser atravesada por vías de ferrocarril ni por carriles de una autopista; de esta manera, se busca evitar demoras en el recorrido debido a desvíos en la ruta del camión recolector. El reconocimiento de las manzanas se llevó a cabo mediante una sencilla rutina que permite identificarlas en la abstracción del plano del municipio, a través del recorrido en ambos sentidos de cada una de sus cuadras.

Diremos que dos manzanas son adyacentes si tienen en común al menos una de las calles de sus fronteras. Por otro lado, dado un conjunto A de manzanas, definimos su metraje de recolección como la suma de la longitud de sus calles, en metros, y lo notaremos $m(A)$. La longitud de cada una de las calles es sumada una sola vez aunque delimite dos manzanas del conjunto.

Una vez identificadas las manzanas, se elaboró un grafo $G = (V, E)$ cuyos vértices representan a las manzanas y donde dos vértices están conectados por una arista si y sólo si las manzanas correspondientes son adyacentes. Se notará con B_v a la manzana correspondiente al vértice $v \in V$ y con v_B al vértice correspondiente a la manzana B . En la 1 se presenta un ejemplo de la relación biunívoca entre las manzanas de un plano y los vértices de su grafo. Un conjunto de manzanas A se dice conexo si y sólo si el subgrafo inducido en G por los vértices correspondientes a las manzanas de A es conexo.

El proceso de zonificación del municipio estuvo guiado por dos características deseables de las zonas que la componen: balance respecto al metraje de recolección y cuadratura de su frontera. La primera busca asegurar relativa

¹<https://wiki.openstreetmap.org/wiki/Osmfilter> (Accedido en 2019)

²<https://josm.openstreetmap.de/wiki> (Accedido en 2019)

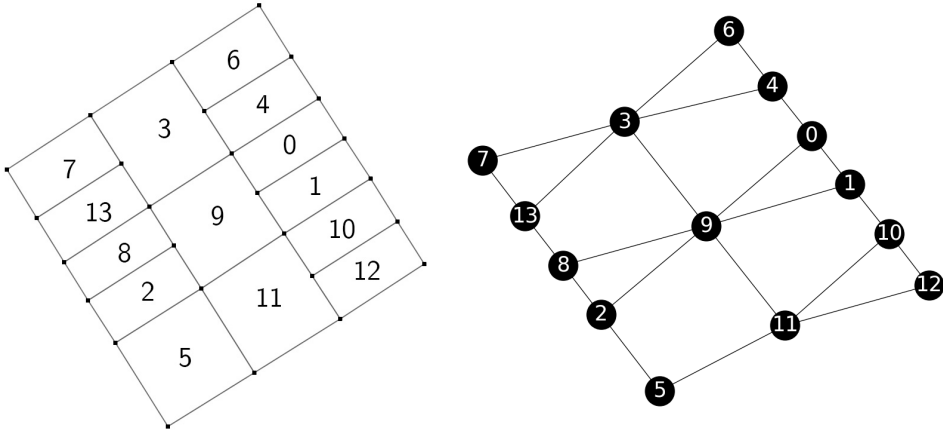


Figura 1: Una sección del plano con sus manzanas y calles y su correspondiente grafo G .

equidad en la duración de las jornadas laborales y el esfuerzo físico que deben realizar los recolectores, mientras que la segunda pretende simplificar la memorización de los límites de las zonas para los chóferes. Por otra parte, la única restricción consistía en que cada zona fuera conexa. Para asegurar su cumplimiento, el proceso de zonificación se llevó a cabo en cada una de las secciones del plano que determinaban las componentes conexas G_s de G . A cada una de esas secciones se le calculó el metraje de recolección y, con el asesoramiento de Higiene Urbana, se determinó en cuántas zonas se dividiría, teniendo en cuenta, entre otros factores, la densidad poblacional y la ubicación de edificios públicos y comercios. De esta manera, para cada sección s , elaborar una nueva zonificación consiste en definir n_s zonas de recolección, de manera tal que cada una tenga metraje de recolección de alrededor de $\frac{m(s)}{n_s}$ metros y que su frontera sea tan parecida a un cuadrado como sea posible. En otras palabras, dejando de lado por un momento la cuadratura de las zonas, para cada G_s se busca una partición balanceada en n_s bloques. Dado que se ha demostrado que no hay un algoritmo polinomial para este tipo de problemas (salvo que $P = NP$) [1], y considerando además que se busca que una zona sea lo más cuadrada posible, se decidió desarrollar una heurística que permita obtener un resultado en un período de tiempo razonable y lo suficientemente bueno para ser aplicado en el municipio.

Antes de describir el procedimiento de la heurística, se presenta el criterio que se utilizó para medir cuán parecida es la frontera de una zona a un cuadrado. Para definirlo, se consideraron dos tipos de medidas. La primera de ellas fue la medida de cuadratura desarrollada en [25], en el contexto de procesamiento de imágenes. Sea $A \subset \mathbb{R}^2$ acotado y tal que ∂A sea una curva cerrada

y simple, los autores exponen una medida \mathcal{Q} para determinar cuán parecida es ∂A a un cuadrado. Esta medida cumple las siguientes propiedades:

- $\mathcal{Q}(A) \in (0, 1]$ para todo A .
- $\mathcal{Q}(A) = 1 \iff \partial A$ es un cuadrado.
- $\mathcal{Q}(A)$ es invariante respecto a traslaciones, rotaciones y escalas.

La medida \mathcal{Q} viene dada por la siguiente fórmula:

$$\mathcal{Q}(A) = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{\text{area}(A)}{\min_{\alpha \in [0, 2\pi]} \iint_{A(\alpha)} (|x| + |y|) dx dy} \quad (1)$$

donde $A(\alpha)$ denota la rotación de A en un ángulo α alrededor de su centroide. La otra medida considerada fue la medida de convexidad planteada en [8] la cual, en el contexto de recolección de hojas, fue desarrollada con el objetivo de formar conjuntos de manzanas cuadradas adyacentes cuya frontera se pareciera lo más posible a un cuadrilátero. Sea $A \subset \mathbb{R}^2$ y sea $\text{conv}(A)$ su cápsula convexa, la medida de convexidad \mathcal{M} viene dada por:

$$\mathcal{M}(A) = \frac{\text{area}(A)}{\text{area}(\text{conv}(A))} \quad (2)$$

Es fácil ver que $\mathcal{M}(A) \in (0, 1]$ y que \mathcal{M} es invariante por traslación, rotación y escalamiento. Pensando en un plano ideal correspondiente a una grilla perfecta, $\mathcal{M}(A)$ toma valores muy cercanos a 1 si ∂A describe un cuadrilátero.

Ambas medidas son aplicables a una zona cuya frontera define una curva cerrada y simple. Sin embargo, en pruebas experimentales, ninguna de las dos medidas por sí misma brindó resultados completamente satisfactorios. Por un lado, \mathcal{Q} prácticamente ignora pequeñas perturbaciones en la frontera de una zona con decenas de manzanas. Por otro lado, \mathcal{M} otorga valores muy altos a zonas cuya frontera se asemeja a un rectángulo alargado. Por esta razón, se decidió utilizar como criterio de medida de cuadratura de una zona a una combinación convexa entre \mathcal{Q} y \mathcal{M} , que notaremos \mathcal{S} . Sea $A \subset \mathbb{R}^2$ tal que pueda aplicársele \mathcal{Q} , se define \mathcal{S} como :

$$\mathcal{S}(A) = \lambda \mathcal{Q}(A) + (1 - \lambda) \mathcal{M}(A) \quad \lambda \in (0, 1) \quad (3)$$

Notar que si ∂A tiene la forma de un cuadrado, entonces $\mathcal{S}(A) = 1$. Tras diversas pruebas experimentales, $\lambda = 0,75$ ha resultado el parámetro más adecuado para realizar el proceso de zonificación en el plano de Berazategui.

Con la intención de simplificar la notación en la descripción de la heurística desarrollada, notaremos $G = (V, E)$ en vez de G_s y n en vez de n_s . Como se detallará más adelante, en cada iteración del procedimiento se definirá al menos una zona de recolección, por lo tanto notaremos como $G^{(k)} = (V^{(k)}, E^{(k)})$ al subgrafo de G inducido por los vértices correspondientes a manzanas del plano que no forman parte de ninguna zona luego de la k -ésima iteración del procedimiento. Así, se define $G^{(0)} = G$. Recordemos que en las manzanas de G se deseaba definir n zonas de recolección. Además, dado $F = (V_F, E_F)$ un subgrafo inducido de G , se notará $\mathcal{B}(F) = \{B_v\}_{v \in V_F}$. Se define el peso del grafo $G^{(k)}$ como $m(G^{(k)}) = m(\{B: v_B \in G^{(k)}\})$. Se indicará con $\mathcal{A}^{(k)}(Z)$ al conjunto de manzanas adyacentes a las manzanas de la zona Z en la sección del plano correspondiente a $G^{(k)}$. Se utilizará m_{MIN} para notar el mínimo metraje de recolección deseable que puede tener una zona. Por último, \mathcal{Z} denotará el conjunto de zonas de recolección ya definidas en el plano.

A continuación, se describe el procedimiento de la heurística. Se inicializan $k = 0$ y $\mathcal{Z} = \emptyset$, y se itera hasta que $|\mathcal{Z}| = n$. Al comienzo de la k -ésima iteración, si $|\mathcal{Z}| = n - 1$, se define una nueva zona Z con las manzanas de $\mathcal{B}(G^{(k)})$, se la añade a \mathcal{Z} y culmina el procedimiento. De lo contrario, se calcula $\bar{v} = \arg \max_{v \in V^{(k)}} \varepsilon(v)$, donde $\varepsilon(v)$ denota la excentricidad de v en $G^{(k)}$. Interpretándolo geográficamente, $B_{\bar{v}}$ es una manzana que se encuentra en alguno de los bordes del área del plano que todavía no ha sido zonificada. Luego, se inicializa una nueva zona $Z = \{B_{\bar{v}}\}$. Mientras $|\mathcal{Z}| < \frac{m(G^{(k)})}{n - |\mathcal{Z}|}$, iterativamente se añade a Z la manzana $\tilde{B} = \arg \max_{B \in \mathcal{A}^{(k)}(Z)} \mathcal{S}(Z \cup \{B\})$, es decir, la manzana que maximiza la cuadratura de la zona, dentro de todas las manzanas adyacentes que aún no son parte de ninguna zona. Una vez que $|\mathcal{Z}| \geq \frac{m(G^{(k)})}{n - |\mathcal{Z}|}$, se incorpora Z a \mathcal{Z} . Luego se define $H^{(k)}$ como el grafo obtenido a partir de eliminar de $G^{(k)}$ los vértices correspondientes a las manzanas de Z . Si $H^{(k)}$ es conexo, se define $G^{(k+1)} = H^{(k)}$ y se continúa con la $(k + 1)$ -ésima iteración.

De no ser así, se nota $H_1^{(k)}, \dots, H_J^{(k)}$ ($J > 1$) a las componentes conexas de $H^{(k)}$ en orden descendiente de metraje. Diremos que $H_j^{(k)}$ es grande si $m(H_j^{(k)}) \geq m_{MIN}$ o si $j = 1$ (pues a esta altura del procedimiento falta definir por lo menos una zona de recolección y hace falta una iteración más); si no, diremos que es pequeña. Como se detallará en seguida, en las componentes grandes se definirán nuevas zonas de recolección y las manzanas de las pequeñas se repartirán entre las zonas ya demarcadas que limiten con ellas. En primer lugar, se define $G^{(k+1)} = H_1^{(k)}$. Para cada $H_j^{(k)}$ grande se pueden definir a lo sumo $\lfloor \frac{m(H_j^{(k)})}{m_{MIN}} \rfloor$ zonas de recolección. Podría no ser trivial decidir cuántas zonas delimitar en cada una de ellas pues hay que observar que cada zona tendrá deseablemente un metraje igual al promedio del metraje de las

zonas ya definidas. Los conjuntos de manzanas de las componentes grandes que no sean asignadas a ninguna zona se repartirán entre las zonas limítrofes, por lo tanto es deseable que sean lo más pequeños posible. Para lograr esto, se planteó un modelo de Programación Lineal Entera Mixta (MILP) que permita decidir cuántas zonas se formarán en cada una de las componentes conexas grandes (se lo denota como MILP1). En el modelo se introduce como restricción que se elabore al menos una zona en $H_1^{(k)}$, dado que es la componente conexas con mayor metraje y con la que se trabajará en la $(k + 1)$ -ésima iteración. Se trata de un modelo muy sencillo cuya formulación se encuentra en la subsección Modelos auxiliares. Seguido a la resolución del modelo, se delimitan las nuevas zonas en cada componente conexas grande tal que $j \neq 1$ invocando a la heurística de manera recursiva sobre el área del plano que le corresponde, introduciendo \mathcal{Z} como zonificación inicial y la solución del modelo de MILP como cantidad de zonas a definir. Si en alguna componente conexas grande el modelo indicara no formar zonas de recolección, se la pasa a considerar como una componente pequeña.

Para cada componente conexas pequeña, las manzanas de $\mathcal{B}(H_j^{(k)})$ son repartidas entre las q zonas que las rodean. Se ejecuta recursivamente la heurística sobre el sector del plano que le corresponde para definir q subzonas de recolección con las manzanas de $\mathcal{B}(H_j^{(k)})$, y luego se utiliza un modelo de MILP, que se denota como MILP2 y cuya formulación se encuentra en la subsección Modelos auxiliares, para decidir a cuál de las q zonas lindantes se anexa cada una de las subzonas, garantizando su conexión. Si alguna de las subzonas no limita con ninguna de las zonas, se aplica recursivamente la heurística y el modelo de MILP para repartir sus manzanas entre las subzonas vecinas. El modelo de MILP utilizado tiene como objetivo minimizar el valor absoluto de la diferencia de metraje entre las q zonas luego del anexo de las subzonas. Seguidamente, se procede a la $(k + 1)$ -ésima iteración. En 1 se muestra el pseudocódigo del cuerpo principal de la heurística, mientras que en 2 se encuentra el pseudocódigo del procedimiento que se lleva a cabo con las componentes conexas de $H^{(k)}$.

Es importante notar que el procedimiento no puede incurrir en recursión infinita pues la cantidad de manzanas en el plano es finita. Por otro lado, al comienzo de cada iteración, la conexión de $G^{(k)}$ está garantizada. El procedimiento de la heurística puede aplicarse con otros criterios de balance de zonificación. Por ejemplo, si se quisiera lograr equilibrio respecto a la cantidad de residuos en cada zona en vez de su metraje de recolección, basta considerar la cantidad estimada de residuos generada por cada manzana en vez de su metraje.

Puesto que el criterio de parada de la generación de una zona está relacio-

Algoritmo 1: ALGORITMO ZONIFICADOR

Entrada: G, \mathcal{Z}, n

Salida: \mathcal{Z}

mientras $|\mathcal{Z}| < n$ **hacer**

si $|\mathcal{Z}| = n - 1$ **entonces**

$Z \leftarrow \mathcal{B}(G)$

$\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Z} \cup \{Z\}$

en otro caso

$\bar{v} \leftarrow \arg \max_{v \in V} \varepsilon(v)$

$Z \leftarrow \{B_{\bar{v}}\}$

mientras $|\mathcal{Z}| < \frac{m(G)}{n - |\mathcal{Z}|}$ **hacer**

$\tilde{B} \leftarrow \arg \max_{B \in \mathcal{A}(Z)} \mathcal{S}(Z \cup \{B\})$

$Z \leftarrow Z \cup \{\tilde{B}\}$

$\mathcal{Z} \leftarrow \mathcal{Z} \cup \{Z\}$

$H \leftarrow$ subgrafo inducido en G por $V - \bigcup_{B \in \mathcal{Z}} v_B$

si H es conexo **entonces**

$G \leftarrow H$

en otro caso

$G, \mathcal{Z} \leftarrow$ SUBROUTINA_COMPONENTES_CONEXAS(H, \mathcal{Z}, n)

devolver \mathcal{Z}

Algoritmo 2: SUBROUTINA_COMPONENTES_CONEXAS

Entrada: H, \mathcal{Z}, n

Salida: G, \mathcal{Z}

$CCH \leftarrow$ componentes conexas de H ordenadas decrecientemente según m

$G \leftarrow H_1$

$H_{BIG} \leftarrow \{H_j \in CCH : m(H_j) \geq m_{MIN}\}$

$H_{SMALL} \leftarrow CCH - H_{BIG}$

si $n - |\mathcal{Z}| = 1$ **entonces**

$H_{SMALL} \leftarrow H_{SMALL} \cup (H_{BIG} - \{H_1\})$

en otro caso

$S \leftarrow$ solución de MILP1 (S_j : número de zonas a definir en $\mathcal{B}(H_j)$)

para cada $H_j \in H_{BIG} : j \neq 1$ **hacer**

si $S_j > 0$ **entonces**

$\mathcal{Z} \leftarrow$ ALGORITMO ZONIFICADOR($H_j, \mathcal{Z}, |\mathcal{Z}| + S_j$)

en otro caso

$H_{SMALL} \leftarrow H_{SMALL} \cup \{H_j\}$

para cada $H_j \in H_{SMALL}$ **hacer**

$A \leftarrow$ zonas adyacentes a $\mathcal{B}(H_j)$ in \mathcal{Z}

$subzones \leftarrow$ ALGORITMO ZONIFICADOR($H_j, \emptyset, |A|$)

 resolver MILP2

 aneXar cada subzona a la zona en A indicada por la solución de MILP2

devolver G, \mathcal{Z}

nado con el metraje, puede ocurrir que la frontera sea susceptible de mejoras removiendo o agregando algunas manzanas. Por lo cual, se implementó un algoritmo de corrección que se aplica a la zonificación obtenida con la heurística. Se trata de un algoritmo de búsqueda local basado en Steepest Ascent Hill Climbing [19] y su objetivo es minimizar la cantidad de vértices del perímetro de cada zona. Sean s y t dos calles que forman parte de la frontera de la zona Z tales que tienen una esquina en común c , y sea $\alpha \in (-\pi, \pi]$ el ángulo entre s y t , diremos que Z tiene un vértice en c si y sólo si $|\alpha| \in (\frac{1}{5}\pi, \frac{4}{5}\pi)$. De esta manera, la cantidad de vértices de Z viene dada por la cantidad de esquinas de su frontera que son vértices y se nota $v(Z)$.

Por otro lado, sea \mathcal{B} el conjunto de manzanas del plano, diremos que cierta manzana $b \in Z$ es una manzana fronteriza de Z si existe alguna manzana del plano $\hat{b} \in \mathcal{B} - Z$ tal que b es adyacente a \hat{b} . En ese caso diremos que \hat{b} es una manzana adyacente a Z . Notaremos con ∂Z al conjunto de manzanas fronterizas de Z y con $\mathcal{A}(Z)$ a las manzanas adyacentes a Z . En cada iteración del algoritmo, a cada zona se le anexa la manzana adyacente o se le quita la manzana fronteriza que logre la mayor reducción en el número de vértices, si la hubiere. Recordar que la zonificación \mathcal{Z} es una partición de \mathcal{B} , por lo tanto, cada manzana pertenece a exactamente una zona y anexar o quitar una manzana provoca un cambio en alguna de las zonas aledañas a Z . Como la transformación que sufre cada zona impacta en su metraje, es prudente establecer un límite para cuánto puede crecer o encogerse una zona con respecto a su estado inicial. Para esto, se definen $r \geq 1$ un radio aceptable de modificación y antes de modificar las zonas, para cada Z , el siguiente conjunto:

$$M_Z = \{\hat{b} \in \mathcal{B} - Z : \min_{b \in Z} \{d(v_{\hat{b}}, v_b)\} \leq r\} \cup \{\hat{b} \in Z : \min_{b \in \partial Z} \{d(v_{\hat{b}}, v_b)\} \leq r - 1\} \quad (4)$$

donde d es la distancia en el grafo G y v_b es el vértice de G que le corresponde a $b \in \mathcal{B}$. En la 2 se muestra un ejemplo de M_Z a partir del estado inicial de una zona Z . Vale aclarar que M_Z se mantiene fijo durante todo el procedimiento, mientras que $\mathcal{A}(Z)$ y ∂Z se redefinen cada vez que Z es modificada. A lo largo del algoritmo, a Z sólo pueden anexarse las manzanas que se encuentren en $M_Z \cap \mathcal{A}(Z)$ y sólo se le pueden quitar las manzanas en $M_Z \cap \partial Z$. Para cada $b \in \mathcal{B}$ se nota con $W(b)$ a la zona a la que pertenece b .

Otro aspecto de la zonificación que desea mantenerse es el de la conexión de todas sus zonas. Por esto, antes de anexar o quitar una manzana, se verifica que el cambio no provoque la desconexión de alguna de las zonas involucradas. Además, para evitar deshacer un cambio que se llevó a cabo en otra zona durante la misma iteración, se utiliza una lista tabú con longitud igual a la cantidad de zonas donde se lleva el registro de los cambios hechos, para no deshacerlos. El algoritmo finaliza cuando se alcanza un límite de iteraciones

o cuando no se ha producido ningún cambio durante una iteración. En 3 se presenta el pseudocódigo del algoritmo corrector, donde (X, Y, b) nota la transferencia de la manzana b desde la zona X a la zona Y .

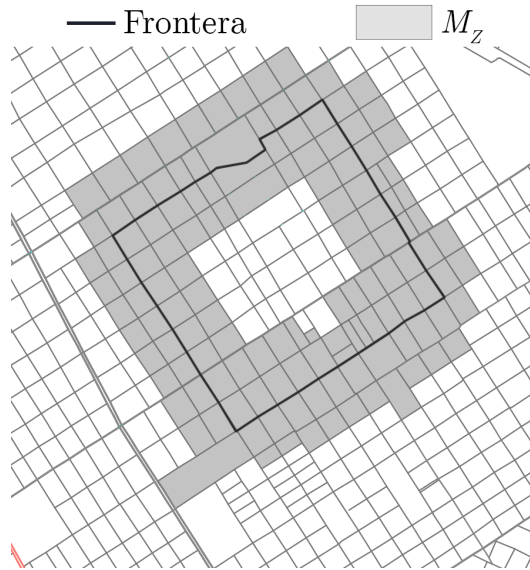


Figura 2: Ejemplo del conjunto M_Z para una zona Z , con $r = 2$.

4.1.1. Modelos auxiliares

A continuación se presentan los modelos de Programación Lineal Entera auxiliares empleados en el diseño de las zonas. En esta sección nos referiremos a la medida de un conjunto de manzanas como su metraje o como el peso de residuos generados por las manzanas que la componen. Cualquiera de los dos criterios se pueden utilizar para trabajar con las componentes conexas.

El primer modelo, denominado MILP1, permite decidir cuántas zonas de recolección se crearán en cada una de las componentes conexas grandes de $H^{(k)}$, $\{H_i^{(k)}\}_{i \in I}$. Los parámetros del modelo son los siguientes:

- I : el conjunto de índices de las componentes conexas grandes de $H^{(k)}$.
- c : la cantidad de zonas que faltan ser creadas.
- m : la medida mínima que debe tener una zona de recolección.
- M : la medida deseable que debe tener una zona de recolección.
- w_i : la medida de $H_i^{(k)}$ para $i \in I$.

Algoritmo 3: ALGORITMO CORRECTOR**Entrada:** $\mathcal{Z}, \mathcal{B}, r, iter_max$ **Salida:** \mathcal{Z} **para cada** $Z \in \mathcal{Z}$ **hacer**| Construir M_Z $T \leftarrow$ inicializar lista tabú de longitud $|\mathcal{Z}|$ $it \leftarrow 0$ **mientras** $it \leq iter_max$ **y al menos alguna zona cambia** **hacer**| **para cada** $Z \in \mathcal{Z}$ **hacer**| | $V \leftarrow v(Z)$ | | $best_change \leftarrow \emptyset$ | | **para cada** $b \in M_Z \cap \mathcal{A}(Z): W(b) - \{b\}$ **es conexa** **hacer**| | | $Z \leftarrow Z \cup \{b\}$ | | | **si** $v(Z) < V$ **y** $(Z, W(b), b) \notin T$ **entonces**| | | | $V \leftarrow v(Z)$ | | | | $Z \leftarrow Z - \{b\}$ | | | | $best_change \leftarrow (W(b), Z, b)$ | | **para cada** $b \in M_Z \cap \partial Z: Z - \{b\}$ **es conexa** **hacer**| | | $Z \leftarrow Z - \{b\}$ | | | **si** $v(Z) < V$ **y** $(W(b), Z, b) \notin T$ **entonces**| | | | $V \leftarrow v(Z)$ | | | | $Z \leftarrow Z \cup \{b\}$ | | | | $best_change \leftarrow (Z, W(b), b)$ | | **si** $best_change \neq \emptyset$ **entonces**| | | Actualizar T agregando $best_change$

| | | Realizar la transferencia de manzanas indicada por

| | | $best_change$ | | $it \leftarrow it + 1$ **devolver** \mathcal{Z}

Para cada $i \in I$, se definen una variable entera x_i que indica la cantidad de zonas de recolección que serán creadas en $H_i^{(k)}$ y una variable continua z_i que cuantifica la medida del sector sin zonificar en $H_i^{(k)}$ que resultaría de generar x_i zonas de recolección con medida M .

$$\text{mín} \quad \sum_{i \in I} z_i \quad (5)$$

$$\text{s.t.:} \quad \sum_{i \in I} x_i = c \quad (6)$$

$$x_i \leq \frac{w_i}{m} \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$w_i - Mx_i \leq z_i \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$x_1 \geq 1 \quad (9)$$

$$x_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0} \quad \forall i \in I$$

La función objetivo (5) minimiza la medida total de los sectores que podrían no quedar zonificados y que deberían ser repartidos entre las zonas lindantes. Con respecto a las restricciones, (6) asegura que se crearán la cantidad de zonas de recolección necesarias; (7) acota superiormente la cantidad de zonas que se pueden crear en cada $H_i^{(k)}$ según su medida; (8) establece la relación entre las variables y (9) asegura que en $H_1^{(k)}$ se genere al menos una zona de recolección.

El segundo modelo auxiliar, MILP2, es utilizado para repartir las subzonas entre las zonas limítrofes. Se supone que cada subzona limita con al menos una zona ya definida. De lo contrario, se le aplica la heurística de zonificación y se reparten las sub-subzonas entre las subzonas vecinas con este mismo modelo. Se definen los siguientes parámetros:

- I : conjunto de subzonas.
- J : conjunto de zonas de recolección entre las que se repartirán las subzonas.
- δ_{ij} : vale 1 si y sólo si la subzona $i \in I$ limita con la zona $j \in J$.
- w_i : medida de la subzona $i \in I$.
- W_j : medida de la zona $j \in J$ sin anexar ninguna subzona.

Para cada par $(i, j) \in I \times J$ se define una variable binaria x_{ij} que indica si la subzona i es anexada a la zona j . Además, para cada $j \in J$ se introduce una variable continua y_j que cuantifica la medida de j luego de llevar a cabo la asignación. Por último, se emplea una variable continua z para modelar el máximo valor absoluto de la diferencia de medida post-asignación entre todos los pares zonas de J , es decir, $z = \max_{(j,k) \in J^2} |y_j - y_k|$.

$$\text{mín} \quad z \quad (10)$$

$$\text{s.t.} \quad x_{ij} \leq \delta_{ij} \quad \forall i \in I \forall j \in J \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$\sum_{i \in I} w_i x_{ij} + W_j = y_j \quad \forall j \in J \quad (13)$$

$$y_j - y_k \leq z \quad \forall (j, k) \in J^2 \quad (14)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \forall j \in J$$

La función objetivo (10) minimiza la disparidad entre la zona con mayor medida y la de menor medida. Las restricciones (11) previenen que una subzona sea anexada a una zona no limítrofe; (12) aseguran que cada subzona debe ser anexada a exactamente una zona; (13) relacionan a las variables de asignación con las variables de medida y (14) establecen el valor absoluto de las diferencias de medidas entre todos los pares de zonas en J como cota inferior para z .

4.2. Diseño de rutas

Una vez definidas las zonas de recolección, el siguiente paso consistió en buscar las rutas de longitud mínima que deberían recorrer los camiones recolectores. Recordemos que en la Municipalidad es frecuente que la recolección se lleve a cabo con un procedimiento que se conoce como achique (). Por esta razón, es obligatorio que el vehículo recorra las cuadras largas y que transite todas las esquinas de la zona. A diferencia de otros problemas de recolección de residuos, no es necesario que el camión recorra todas las cuadras de la zona.

El plano de la municipalidad puede representarse en un grafo mixto $P = (V_P, A_P, E_P)$ donde A_P es el conjunto de arcos que representan a las calles de una mano y E_P el conjunto de aristas que representan a las calles doble mano.

A continuación se elabora el digrafo $G = (V, A)$ donde $V = V_P$, $(i, j) \in A \forall (i, j) \in A_P$ y para cada $(i, j) \in E_P$, los arcos (i, j) y (j, i) están en A . Cada arco (i, j) de G tiene como peso a la longitud de la calle que corresponde al arco o arista de P y se nota $\ell(i, j)$. Por otro lado, el plano contiene información sobre las restricciones de tránsito. Estas son procesadas como caminos en G y almacenadas en el conjunto F . Por ejemplo, si el recorrido $(i, j) \rightarrow (j, k)$ no está permitido, $(i, j, k) \in F$. Los caminos asociados a las restricciones tienen tres o cuatro nodos.

Como suele ocurrir en los problemas de ruteo, se requiere conocer el camino mínimo entre nodos. Para esto se utilizó el algoritmo desarrollado en [10], que

permite hallar el camino mínimo (no necesariamente simple) desde un nodo fuente al resto de los nodos del grafo sin transitar completamente por ninguno de los caminos prohibidos de F . Se referirá a este algoritmo como dPPG y , si $(i, j) \notin A$, se notará con γ_{ij} al camino mínimo entre i, j en G que no tiene ningún camino prohibido como subcamino. Si $(i, j) \in A$, consideramos $\gamma_{ij} = (i, j)$. Dado un camino $\gamma = (i_0, i_1, \dots, i_N)$, notaremos como su longitud en metros a $\ell(\gamma) = \sum_{k=0}^{N-1} \ell(i_k, i_{k+1})$.

De aquí en adelante se nota con $s \in V$ al nodo correspondiente al punto de partida de los camiones recolectores y con $t \in V$ al punto de llegada. Estos nodos corresponden a dos esquinas distintas del predio de Higiene Urbana. En el diseño de rutas para los camiones recolectores resulta esencial conocer el camino mínimo en G desde s a v para cada $v \in V - \{s\}$ y desde cada $v \in V - \{t\}$ hasta t . Para lo primero, se aplicó dPPG a G con s como nodo fuente. Para lo segundo, se invirtieron los caminos obtenidos de aplicar dPPG al digrafo traspuesto de G con t como nodo fuente.

A continuación, sea Z una zona de recolección, consideramos $V_Z \subset V$ al conjunto de nodos que son esquinas de alguna de las manzanas de Z . Finalmente se define el digrafo completo $T = (V_T, A_T)$ con $V_T = V_Z \cup \{s, t\}$ y el arco (i, j) tiene como peso w_{ij} a $\ell(\gamma_{ij})$. Como el camión debe recorrer todas las esquinas de Z partiendo desde s y llegando a t , entonces se trata de resolver una instancia del Asymmetrical Travelling Salesman Problem (ATSP) en T , con restricciones adicionales. Para esto se utilizó un modelo de Programación Lineal Entera Mixta basado en el modelo propuesto por Desrochers y Laporte [9] para resolver el ATSP. Si bien existen modelos con relajaciones lineales más ajustadas [24], el de Desrochers y Laporte fue el que mejor se desempeñó para nuestra aplicación.

Para el planteo del modelo se definen los siguientes parámetros:

- L^{MAX} : longitud máxima de una cuadra que puede ser achicada.
- $\mathcal{L} = \{e \in A_S \cup E_S : \ell(e) > L^{MAX}\}$ el conjunto de cuadras que no pueden ser achicadas.
- L_e : para cada $e \in \mathcal{L}$, $(i, j) \in A_T$ pertenece a L_e si en γ_{ij} se recorre alguno de los arcos correspondientes a e .
- V_{ij} : para $i, j \in V_T$, $i \neq j$ se define V_{ij} como el conjunto de $k \in V_T$ tales que, si u es el anteúltimo nodo de γ_{ij} y v es el segundo de γ_{jk} , $(u, j, v) \in F$.
- F_4 : caminos prohibidos de cuatro nodos.

- B_δ : para cada $\delta = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in F_4$, $v \in V_T$ pertenece a B_δ si y sólo si el último arco de γ_{vu_2} es (u_1, u_2) .
- E_δ : para cada $\delta = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in F_4$, $v \in V_T$ pertenece a E_δ si y sólo si el primer arco de γ_{u_3v} es (u_3, u_4) .
- B_δ : para cada $\delta = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in F_4$, $v \in V_T$ pertenece a B_δ si y sólo si el último arco en γ_{vu_2} es (u_1, u_2) .
- \hat{B}_δ : para cada $\delta = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in F_4$, $v \in V_T$ pertenece a \hat{B}_δ si y sólo si los últimos dos arcos γ_{vu_3} son (u_1, u_2) y (u_2, u_3) .
- E_δ : para cada $\delta = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in F_4$, $v \in V_T$ pertenece a E_δ si y sólo si el primer arco en γ_{u_3v} es (u_3, u_4) .
- \hat{E}_δ : para cada $\delta = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in F_4$, $v \in V_T$ pertenece a \hat{E}_δ si y sólo si los primeros dos arcos en γ_{u_2v} son (u_2, u_3) y (u_3, u_4) .

Para cada arco $(i, j) \in A_T$ se define una variable binaria x_{ij} que vale 1 si y sólo si γ_{ij} forma parte del recorrido. Además, para cada $i \in V_T$ se define una variable real no negativa u_i que indica la posición del nodo i en el recorrido del grafo T .

$$\text{mín} \quad \sum_{i \in V_T} \sum_{\substack{j \in V_T \\ j \neq i}} \ell(\gamma_{ij}) x_{ij} \quad (15)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in V_T} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V_T \quad (16)$$

$$\sum_{j \in V_T} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V_T \quad (17)$$

$$u_i - u_j + (n-1)x_{ij} + (n-3)x_{ji} \leq n-2 \quad \forall i, j \in V_T - \{s\} \quad (18)$$

$$-u_i + (n-3)x_{is} + \sum_{\substack{j \in V_T - \{s\} \\ j \neq i}} x_{ji} \leq n-1 \quad \forall i \in V_T - \{s\} \quad (19)$$

$$u_i + (n-3)x_{si} + \sum_{\substack{j \in V_T - \{s\} \\ j \neq i}} x_{ji} \leq n-1 \quad \forall i \in V_T - \{s\} \quad (20)$$

$$\sum_{(i,j) \in L_e} x_{ij} \geq 1 \quad \forall e \in \mathcal{L} \quad (21)$$

$$x_{ts} = 1 \quad (22)$$

$$\sum_{k \in V_{ij}} x_{jk} \leq 1 - x_{ij} \quad \forall i, j \in V_T \quad (23)$$

$$\sum_{v \in B_\delta} x_{vu_2} + x_{u_2u_3} + \sum_{v \in E_\delta} x_{u_3v} \leq 2 \quad \forall \delta \in F_4 \quad (24)$$

$$\sum_{v \in \hat{B}_\delta} x_{vu_3} + \sum_{v \in E_\delta} x_{u_3v} \leq 1 \quad \forall \delta \in F_4 \quad (25)$$

$$\sum_{v \in B_\delta} x_{vu_2} + \sum_{v \in \hat{E}_\delta} x_{u_2v} \leq 1 \quad \forall \delta \in F_4 \quad (26)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in V_T$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A_T$$

El objetivo (15) es minimizar la longitud del recorrido que visita exactamente una vez los nodos de T . Las restricciones (16)-(20) corresponden al modelo de ATSP con nodo de partida s , de Desrochers y Laporte: (16) y (17) garantizan que cada nodo de T es visitado exactamente una vez, mientras que (18)-(20) evitan la formación de subtours. Por otro lado, (21) asegura que el camión recorrerá todas las cuadras que son demasiado largas como para ser achicadas. (22) determina que t es el último nodo visitado. Por construcción,

γ_{ij} no tiene ningún camino prohibido. Sin embargo, entre la finalización de un camino mínimo y el comienzo del siguiente podría violarse una restricción de tránsito. (23)-(26) impiden esta situación al contemplar los casos de caminos prohibidos de tres y cuatro nodos.

A partir de la solución del modelo, la ruta con la que se recorre Z partiendo y llegando al predio de Higiene Urbana se elabora uniendo de manera ordenada los caminos mínimos γ_{ij} tales que $x_{ij} = 1$.

4.3. Asignación de camiones a zonas

La última etapa del trabajo consistió en asignar cada uno de los camiones a las zonas de recolección, con el objetivo de equilibrar la duración de la jornada laboral de sus chóferes. Diariamente cada camión es conducido por un chófer y la única característica que diferencia a los camiones es su capacidad de carga. A cada camión le corresponden dos zonas y la secuencia diaria suele ser la siguiente: el camión parte de Higiene Urbana con el equipo de recolectores del turno mañana, recorre la primera zona, regresa al predio de Higiene Urbana para cambiar el equipo de recolectores, recorre la segunda zona, visita Higiene Urbana para dejar a los recolectores, viaja a CEAMSE a descargar los residuos y finalmente el camión es regresado a Higiene Urbana. Los últimos dos pasos de la secuencia son comunes a todos a los camiones recolectores y, por lo tanto, no son tenidos en cuenta al momento de calcular la longitud total de su recorrido. Se considera que la longitud del recorrido de una zona viene dada por la longitud de la ruta obtenida en la sección anterior.

Por otro lado, la cantidad de residuos generados por las zonas asignadas a un camión también tienen impacto en la duración de la jornada laboral de su chófer. Una zona podría tener una ruta no muy extensa, pero si tiene considerable densidad poblacional, genera más desechos y se consume más tiempo para recolectarlos. Además, el exceso de la capacidad máxima del camión supone un viaje extra a CEAMSE y una extensión de la jornada laboral de varias horas para el chófer y los recolectores.

Se identificaron dos características de las zonas de recolección que influyen en la duración de la jornada laboral de los chóferes: la distancia total de sus recorridos y la cantidad de residuos que generan. Sin embargo, no es sencillo determinar cuantitativamente cuánto influye cada una de ellas. Por esa razón, se enfocó este problema desde la perspectiva de la optimización biobjetivo. Como suele suceder en problemas de optimización combinatoria multiobjetivo, es posible que no exista una solución que cumpla ambos objetivos simultáneamente [11]. Por lo tanto, se trata de hallar un conjunto de soluciones Pareto-óptimas.

Para aproximar el Frente de Pareto se empleó el Método de la Restricción Épsilon, que consiste en resolver el problema de optimización considerando sólo uno de los objetivos e incluir el resto como restricciones del problema [14]. En el caso de la optimización biobjetivo de minimización, se busca $\min_{x \in X} \{f_1(x) | f_2(x) \leq \varepsilon\}$; modificando sistemáticamente el valor de ε se puede hallar el Frente de Pareto [16]. Se comienza resolviendo el problema con un único objetivo $\min_{x \in X} f_1(x)$. Sea x^1 su solución, a continuación se resuelve el problema $\min_{x \in X} \{f_1(x) | f_2(x) \leq f_2(x^1) - \delta\}$, y así sucesivamente, hasta que el problema resulte infactible. Finalmente, se resuelve $\min_{x \in X} f_2(x)$.

Seguidamente se presenta la formulación del modelo de asignación de camiones a zonas como un modelo de Programación Lineal Entera Mixta, que se utilizó para aplicar el Método de la Restricción Épsilon. Los parámetros del problema son los siguientes:

- T : el conjunto de camiones recolectores
- Z : el conjunto de zonas
- c_i : la capacidad de carga del camión $i \in T$
- w_j : el peso de los residuos generados por la zona $j \in Z$
- ℓ_j : la longitud del recorrido de la zona $j \in Z$

Para cada $i \in T$, $j \in Z$ se define la variable binaria x_{ij} , que indica si la zona j es asignada al camión i .

$$\text{mín} \quad y \quad (27)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in Z} x_{ij} = 2 \quad \forall i \in T \quad (28)$$

$$\sum_{i \in T} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in Z \quad (29)$$

$$\sum_{j \in Z} x_{ij} w_j \leq c_i \quad \forall i \in T \quad (30)$$

$$\sum_{j \in Z} (x_{ij} - x_{kj}) w_j \leq y \quad \forall i, k \in T \quad (31)$$

$$\sum_{j \in Z} (x_{ij} - x_{kj}) \ell_j \leq \varepsilon \quad \forall i, k \in T \quad (32)$$

$$x \in \{0, 1\}^{n \times m}$$

$$y \in \mathbb{R}$$

La función objetivo (27) y la restricción (31) modelan la minimización de la máxima disparidad de carga. Con respecto a las demás restricciones del problema, (28) asegura que a cada camión sean asignadas exactamente dos zonas, (29) garantiza que a cada zona le sea asignado exactamente un camión, (30) que la capacidad de ningún camión sea excedida y (32) es la restricción épsilon que involucra al objetivo de minimizar la máxima disparidad en distancia recorrida.

5. Resultados

En esta sección mostramos los resultados obtenidos en el diseño del sistema de recolección de la Municipalidad. La implementación de los modelos de las tres etapas (zonificación, ruteo y asignación de pares de zonas a camiones) se llevó a cabo en Python 3.7 y los modelos de Programación Lineal Entera se resolvieron utilizando CPLEX 12.8 y su API para Python. Los tiempos de ejecución corresponden a una computadora con procesador Intel Core i5 @ 2.60GHz con 16 GB de RAM.

Los resultados son comparados con la situación previa a la finalización de nuestro trabajo, utilizando los datos proporcionados por la Municipalidad mencionados al comienzo de la sección . Más precisamente se comparan la zonificación obtenida con la que utilizaba la Municipalidad en marzo de 2020; las distancias promedio recorridas por los camiones en nuestro resultado con las distancias promedio según los datos de GPS desde julio de 2019 hasta febrero de 2020 (excluyendo en ambos casos los viajes a CEAMSE al final de la jornada) y la asignación de chóferes a zonas propuesto por nuestro enfoque de solución con el que estaba en vigencia en marzo de 2020.

5.1. Zonificación

Desde Higiene Urbana nos indicaron que deseaban mantener algunas de las zonas con las que contaban y definir manualmente otras. Esto se debía a que en ciertos lugares de la ciudad la recolección de residuos tenía una organización especial que no les resultaba conveniente modificar: el barrio El Pato, el barrio Juan María Gutiérrez, los barrios cerrados y algunos sectores céntricos. Omitiendo dichas zonas, restaba zonificar un área de alrededor de 47 km² con un metraje a cubrir de 680 km.

Se aplicó la heurística descrita en la 4.1 a cada una de sus componentes conexas, imponiendo que cada zona debía recolectar al menos 3150 kg. de residuos. En la 3a se puede observar el plano del Municipio y las zonas generadas

por la heurística, mientras que en la 3b se muestra la zonificación obtenida luego de aplicarle el algoritmo corrector. Las partes sombreadas corresponden a las secciones de la ciudad que no requerían ser rezonificadas. En la 1 se muestra la comparación de distintos aspectos del metraje entre la zonificación en vigencia antes de realizar el proyecto y las obtenidas con los métodos que desarrollamos.

Como se puede apreciar, la zonificación previa a nuestro trabajo presentaba una marcada disparidad en el metraje a cubrir de las zonas de recolección, que se traducía en una distribución de trabajo muy desigual entre los recolectores. Por otro lado, el algoritmo corrector no perjudicó demasiado la diferencia en el metraje entre las zonas y permitió que sus fronteras fueran más sencillas de recordar para los chóferes. Además de proponer una zonificación que representara una distribución de trabajo más equitativa para los recolectores, se logró evitar que haya zonas no conexas: en la zonificación previa seis zonas de recolección tenían dos o más componentes conexas, mientras que en las propuestas obtenidas con nuestros dos métodos todas las zonas son conexas.

	Manual	Heurística	Corregido
Desvío estándar	7,84 km	1,82 km	1,89 km
Max	46,15 km	26,62 km	27,13 km
Min	5,03 km	20,53 km	20,34 km

Tabla 1: Comparación del metraje de la zonificación que utilizaba la Municipalidad antes del proyecto con las propuestas desarrolladas en este trabajo.

Desde Higiene Urbana se mostraron muy satisfechos con los resultados obtenidos. Se implementaron algunas modificaciones puntuales con el objetivo de mejorar su cuadratura y considerando aspectos demográficos. De esta manera, se obtuvo la nueva zonificación del municipio y se dio inicio al diseño de rutas para los camiones.

5.2. Diseño de rutas

El diseño de rutas se llevó a cabo para todas las zonas salvo para las correspondientes al barrio El Pato y a los barrios cerrados, que cuentan con un esquema de recolección distinto. A través de un análisis descriptivo del territorio y de consultas con Higiene Urbana, se concluyó que cualquier cuadra con longitud mayor a 130 metros sería considerada larga y, por ende, el camión debería recorrerla obligatoriamente.

Para cada una de las zonas, se resolvió el modelo de la 4.2, con las siguientes especificaciones. Si a los 45 minutos el solver no logró encontrar una solución



(a)



(b)

Figura 3: (a) Zonificación resultante de aplicar la heurística a las áreas del plano que se deseaban rezonificar. (b) Zonificación resultante de aplicar el algoritmo corrector a la zonificación de (a). El área sombreada corresponde a sectores de la ciudad que no debían ser zonificados.

óptima se le permite correr otros 45 minutos para hallar una solución con un gap de optimalidad menor a 1 %. En caso de no encontrarla, se permite que continúe con la resolución del modelo por una hora y media más, configurando CPLEX de modo de mejorar la cota inferior del valor óptimo y el gap de optimalidad. En diversas experimentaciones se observó que luego de la primera hora y media de búsqueda de soluciones, en general no se hallaban nuevas soluciones factibles con mejor valor en la función objetivo, por lo que se decidió darle más énfasis a mejorar la cota.

De las 38 zonas para las que se diseñó la ruta de recolección, en 20 se hallaron rutas óptimas con un tiempo promedio de 11 minutos y 25 segundos. Por otro lado, para 17 zonas se hallaron rutas subóptimas con gap de optimalidad de a lo sumo 1 %, en un tiempo promedio de 1 hora y 27 minutos. En estos casos, el gap de optimalidad promedio fue de 0,7 % y el gap absoluto promedio fue de 172,54 metros. La zona correspondiente al barrio José María Gutiérrez requirió un tiempo más prolongado de resolución, dado que se trata de una zona con 308 nodos (más del doble de cantidad de nodos que el promedio de las demás). Por esta razón, se duplicaron los límites de tiempo para el solver. En 2 horas y 44 minutos se obtuvo una solución con un gap de optimalidad del 3,31 % y un gap absoluto de 1,61 km.

Previo a nuestro trabajo, el promedio de kilómetros diarios recorridos por cada camión eran 62,87 km. mientras que con las nuevas rutas propuestas esa cantidad descendió a 48,63 km. De esta manera, en promedio se redujo en un 22,6 % la cantidad de kilómetros recorridos. Considerando que las nuevas rutas se diseñaron para 20 camiones, esta diferencia se traduce en una reducción total de aproximadamente 284,79 km de recorrido diario. Teniendo en cuenta que la municipalidad paga USD 0,98 por litro de combustible y cada uno rinde aproximadamente 3,5 km., la reducción en la distancia de recorrido se traduce en un ahorro anual de aproximadamente USD 34000. A ese monto hay que sumarle el ahorro en mantenimiento debido a la reducción del desgaste, lo cual es difícil de cuantificar pero no representa un gasto despreciable.

La ruta diseñada para cada zona fue presentada de tres maneras: un archivo `html` con la animación de la ruta sobre el plano del municipio, que permite una visualización sencilla y rápida; una hoja de ruta tradicional con la secuencia de indicaciones de giro y un archivo `gpx` para ser utilizado en la aplicación OsmAnd, que proporciona una guía GPS incluso si el usuario se encuentra offline.

5.3. Asignación de camiones a zonas

A partir del cálculo aproximado de la cantidad de residuos que genera cada zona y la longitud del recorrido que le corresponde, se asignaron dos zonas a cada camión, de manera tal que la carga laboral de los choferes sea lo más balanceada posible. Se aplicó el Método de la Restricción Épsilon tomando como objetivo principal minimizar la diferencia del peso que debía ser recolectado por cada camión e incluyendo la diferencia en kilómetros de recorrido diario como la restricción épsilon. En cada iteración, se disminuía el valor de este parámetro en 250 metros., hasta que el problema resultó infactible. Finalmente, se resolvió el problema considerando como único objetivo a la diferencia en kilómetros de recorrido diario. De esta manera, se obtuvo una aproximación del Frente de Pareto para el problema de optimización biobjetivo.

Cada una de las soluciones pareto-óptimas representaba una posible asignación de camiones a zonas. En total se lograron obtener 24 propuestas de asignaciones. En 4 se muestra la aproximación del Frente de Pareto y la asignación manual vigente antes de nuestro trabajo. Es importante destacar que se excluyen los camiones encargados de la recolección en José María Gutiérrez, El Pato, los barrios cerrados y la zona céntrica, dado que por solicitud de la Municipalidad esas asignaciones no debían modificarse. En la figura también se destaca la asignación definitiva elegida por el municipio. La decisión final de cuál elegir fue producto de la percepción y el conocimiento del problema de parte de los responsables operativos de la recolección.

En la situación previa a nuestro trabajo, la diferencia máxima de peso recolectado entre los camiones era de aproximadamente 6070 kg. y la disparidad máxima de kilómetros recorridos era de aproximadamente 44,5 km. En la asignación de nuestra propuesta elegida por la Municipalidad, dichas diferencias son de 1825 kg. y 7,72 km., respectivamente. Uno de los factores que contribuyó a mejorar el balance de trabajo entre los chóferes fue el rediseño de las zonas de recolección que permitió disminuir las zonas no conexas. Por otro lado, el proceso de asignación permitió corregir la situación en la que ambas zonas de algunos chóferes estaban geográficamente cerca de Higiene Urbana mientras que las de otros se encontraban más alejadas.

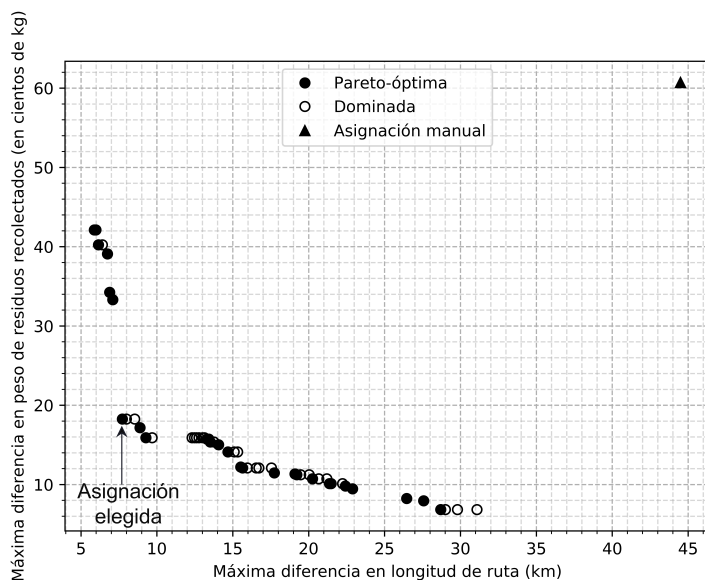


Figura 4: Aproximación del Frente de Pareto para el problema de optimización biobjetivo y comparación con la situación previa a nuestro trabajo.

6. Conclusiones

Se ha desarrollado una estrategia que permite mejorar el sistema de recolección de residuos del municipio de Berazategui. La implementación de una heurística de zonificación ha permitido reducir considerablemente la disparidad en la cantidad de trabajo entre los recolectores, mientras que la aplicación de modelos de programación entera ha posibilitado diseñar rutas eficientes y organizar el procedimiento del achique. Las rutas propuestas logran reducir en un 22,6% la distancia recorrida por los camiones, lo que trae un ahorro anual en combustible que ronda los USD 34,000 y una importante disminución del deterioro de los camiones recolectores. La asignación equitativa del par de zonas a cada camión permite balancear fuertemente el desgaste de los camiones y el trabajo de los conductores.

Pensando en la adaptabilidad de las herramientas diseñadas, cambiando algunos parámetros la estrategia propuesta en este trabajo podrá utilizarse para rediseñar las zonas y rutas de recolección si la municipalidad adquiere nuevos vehículos ante aumento de la población o mayor generación de residuos. Más aún, si bien los modelos fueron diseñados teniendo en cuenta las

características particulares de Berazategui, se pueden adaptar a servicios de recolección de otras ciudades, que tengan características similares en cuanto a su organización. La heurística de zonificación es teóricamente aplicable a cualquier plano mientras que el modelo de diseño de rutas puede aplicarse a sistemas de recolección en los que no sea necesario que el camión recorra todas las cuadras.

Con respecto al trabajo futuro para mejorar nuestra metodología, se puede continuar desarrollando la medida de cuadratura de una zona para que sea más sensible en el procedimiento iterativo de zonificación, de manera tal que el algoritmo corrector no deba realizar demasiadas modificaciones posteriormente. Además, se podría buscar un mejor parámetro para limitar el crecimiento de las zonas que se adapte mejor a mapas en los que el tamaño de las manzanas es muy dispar. Utilizando el promedio de metraje como dicho parámetro causó que las primeras zonas generadas fueran moderadamente más grandes que las últimas.

En lo que respecta al diseño de las rutas, es muy probable que el desempeño del modelo de programación entera pueda mejorarse en cuanto al tiempo necesario para hallar una solución óptima. Sin embargo, teóricamente la capacidad de los vehículos y la duración de la jornada laboral de los recolectores imponen restricciones al tamaño de las zonas que debe recorrer, por lo cual se espera no sea muy superior al de las analizadas en este trabajo.

Para concluir, el intendente del Municipio, Juan Patricio Mussi, mostró su satisfacción con el proyecto desarrollado. “Previo a este proyecto veíamos que agregábamos más camiones para la recolección pero no teníamos claro como aprovecharlos para mejorar la eficiencia del servicio. Los algoritmos de programación matemática implementados nos dieron la solución al problema: conseguimos un sistema de recolección que mejora y balancea las condiciones laborales de nuestros operarios, permite ahorrar combustible y desgaste de nuestros camiones y brinda un mejor servicio a los ciudadanos de Berazategui. Siempre he sido un defensor de la incorporación de herramientas científico-tecnológicas para la mejora de la gestión pública. Este proyecto nos mostró que vamos por el camino correcto. Seguramente podremos a futuro aplicar estas técnicas para mejorar el funcionamiento de otras áreas de nuestro municipio”, manifestó entusiasmado.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte de un convenio de cooperación entre el Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA y la municipalidad de Berazategui para asesorar a este municipio en la reformulación de su recolección de residuos urbanos. Agradecemos la permanente colaboración para concretar este proyecto de las autoridades

de Berazategui, en particular a Juan Patricio Mussi, Intendente de Berazategui durante la concreción del proyecto, a Diego Jevos, responsable político del sistema de recolección de residuos y a Ezequiel Lachowicz, quienes fueron fuente de consulta permanente durante todo el desarrollo del trabajo. Agradecemos también a Javier Marengo, por sus aportes para el desarrollo de las herramientas implementadas en este trabajo; y a Juan Doldan y Flavia Bonomo, por el vínculo inicial con las autoridades del municipio. El tercer autor está parcialmente financiado por el Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería, ISCI, Chile (ICM-FIC: P05-004-F, CONICYT: FB0816), el subsidio UBACyT 20020170100495BA (Argentina) y el subsidio PIP-CONICET 11220200100084CO (Argentina).

Referencias

- [1] K. Andreev and H. Racke. Balanced graph partitioning. *Theory of Computing Systems*, 39:929–939, 2006.
- [2] C.A. Arribas, C.A. Blazquez, and A. Lamas. Urban solid waste collection system using mathematical modelling and tools of geographic information systems. *Waste Management & Research*, 28(4):355–363, 2010.
- [3] E. Beltrami and L. Bodin. Networks and vehicle routing for municipal waste collection. *Networks*, 4:65–94, 1974.
- [4] F. Bonomo, G. Duran, F. Larumbe, and J. Marengo. A method for optimizing waste collection using mathematical programming: a Buenos Aires case study. *Waste management & research : the journal of the International Solid Wastes and Public Cleansing Association, ISWA*, 30:311–24, 2011.
- [5] G. Braier, G. Duran, J. Marengo, and F. Wesner. An integer programming approach to a real-world recyclable waste collection problem in argentina. *Waste Management & Research*, 35(5):525–533, 2017.
- [6] N. Chang and H.Y. Lu. A new approach for long term planning of solid waste management systems using fuzzy global criterion. *Journal of Environmental Science and Health . Part A: Environmental Science and Engineering and Toxicology*, 32(4):1025–1047, 1997.
- [7] M. Cortinhal, M. Mourão, and A. Nunes. Local search heuristics for sectoring routing in a household waste collection context. *European Journal of Operational Research*, 255, 04 2016.

- [8] D. Delle Donne, V. Di Tomaso, and G. Durán. Optimizing leaf sweeping and collection in the argentine city of trenque lauquen. *Waste Management & Research*, 39(2):209–220, 2021.
- [9] M. Desrochers and G. Laporte. Improvements and extensions to the miller-tucker-zemlin subtour elimination constraints. *Operations Research Letters*, 10(1):27–36, 1991.
- [10] L. Di Puglia Pugliese and F. Guerriero. Dynamic programming approaches to solve the shortest path problem with forbidden paths. *Optimization Methods and Software*, 28(2):221–255, 2013.
- [11] M. Ehrgott and X. Gandibleux. *Multiobjective Combinatorial Optimization — Theory, Methodology, and Applications*, pages 369–444. Springer US, Boston, MA, 2002.
- [12] D. Eisenstein and A. Iyer. Garbage collection in chicago: A dynamic scheduling model. *Management Science*, 43:922–933, 1997.
- [13] E. Fadda, L. Gobbato, G. Perboli, M. Rosano, and R. Tadei. Waste collection in urban areas: A case study. *INFORMS Journal on Applied Analytics*, 4(48):307–322, 2018.
- [14] Y. Y. Haimes, L. Lasdon, and D. Wismer. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-1(3):296–297, 1971.
- [15] Israel D. Herrera-Granda, Juan C. León-Jácome, Leandro L. Lorente-Leyva, Fausto Lucano-Chávez, Yackleem Montero-Santos, Winston G. Oviedo-Pantoja, and Christian S. Díaz-Cajas. Subregion districting to optimize the municipal solid waste collection network: A case study. In *Information and Communication Technologies of Ecuador (TIC.EC)*, pages 225–237. Springer International Publishing, 2019.
- [16] C.L. Hwang, A.S.M. Masud, S.R. Paidy, and K.S.P. Yoon. *Multiple Objective Decision Making, Methods and Applications: A State-of-the-art Survey*. Lecture notes in economics and mathematical systems. Springer-Verlag, 1979.
- [17] B. Kim, S. Kim, and S. Sahoo. Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 33(12):3624–3642, 2006. Part Special Issue: Recent Algorithmic Advances for Arc Routing Problems.

- [18] J.W. Male and J.C. Liebman. Districting and routing for solid waste collection. *Journal of the Environmental Engineering Division*, 104(1):1–14, 1978.
- [19] Z. Michalewicz. *How to Solve It: Modern Heuristics 2e*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [20] S. Mostafayi Darmian, S. Moazzeni, and L. Magnus Hvattum. Multi-objective sustainable location-districting for the collection of municipal solid waste: Two case studies. *Computers & Industrial Engineering*, 150, 2020.
- [21] M.C. Mourão and M.T. Almeida. Lower-bounding and heuristic methods for a refuse collection vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 121(2):420–434, 2000.
- [22] R. Nauss. Solving the generalized assignment problem: An optimizing and heuristic approach. *INFORMS Journal on Computing*, 15:249–266, 2003.
- [23] OpenStreetMap contributors. Datos obtenidos de . <https://www.openstreetmap.org>, Accedido en 2019. Página web operativa en 2022.
- [24] R. Roberti and P. Toth. Models and algorithms for the asymmetric traveling salesman problem: an experimental comparison. *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, 1:113–133, 2012.
- [25] P. Rosin and J. Žunić. Measuring squareness and orientation of shapes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 39:13–27, 2011.
- [26] S. Sahoo, S. Kim, B. Kim, B. Kraas, and A. Popov. Routing optimization for waste management. *INFORMS Journal on Applied Analytics* 35, 1:24–36, 2005.
- [27] F. Salah Sahib and N. Shakir Hadi. Truck route optimization in karbala city for solid waste collection. *Materials Today: Proceedings*, 2021.
- [28] M. Solomon. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Oper. Res.*, 35:254–265, 1987.
- [29] E. B. Tirkolaee, P. Abbasian, M. Soltani, and S. A. Ghaffarian. Developing an applied algorithm for multi-trip vehicle routing problem with time windows in urban waste collection: A case study. *Waste Management & Research*, 37(1_suppl):4–13, 2019. PMID: 30761957.